

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 21.10.2022

Parte I - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

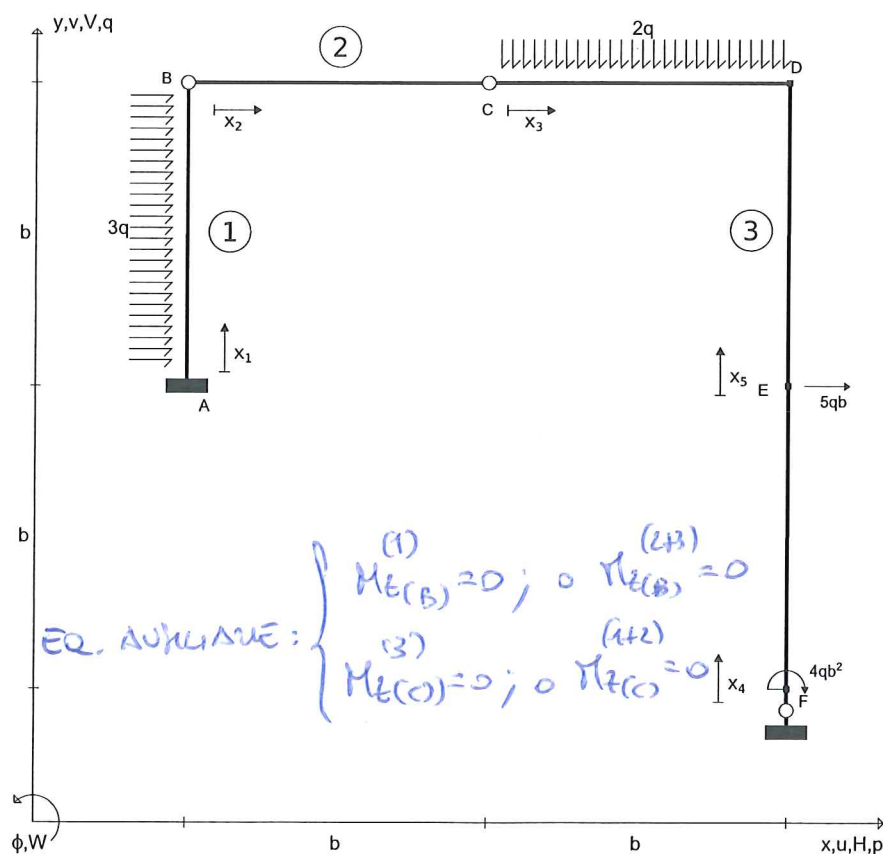
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 21.10.22*001



Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto D , v_D .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

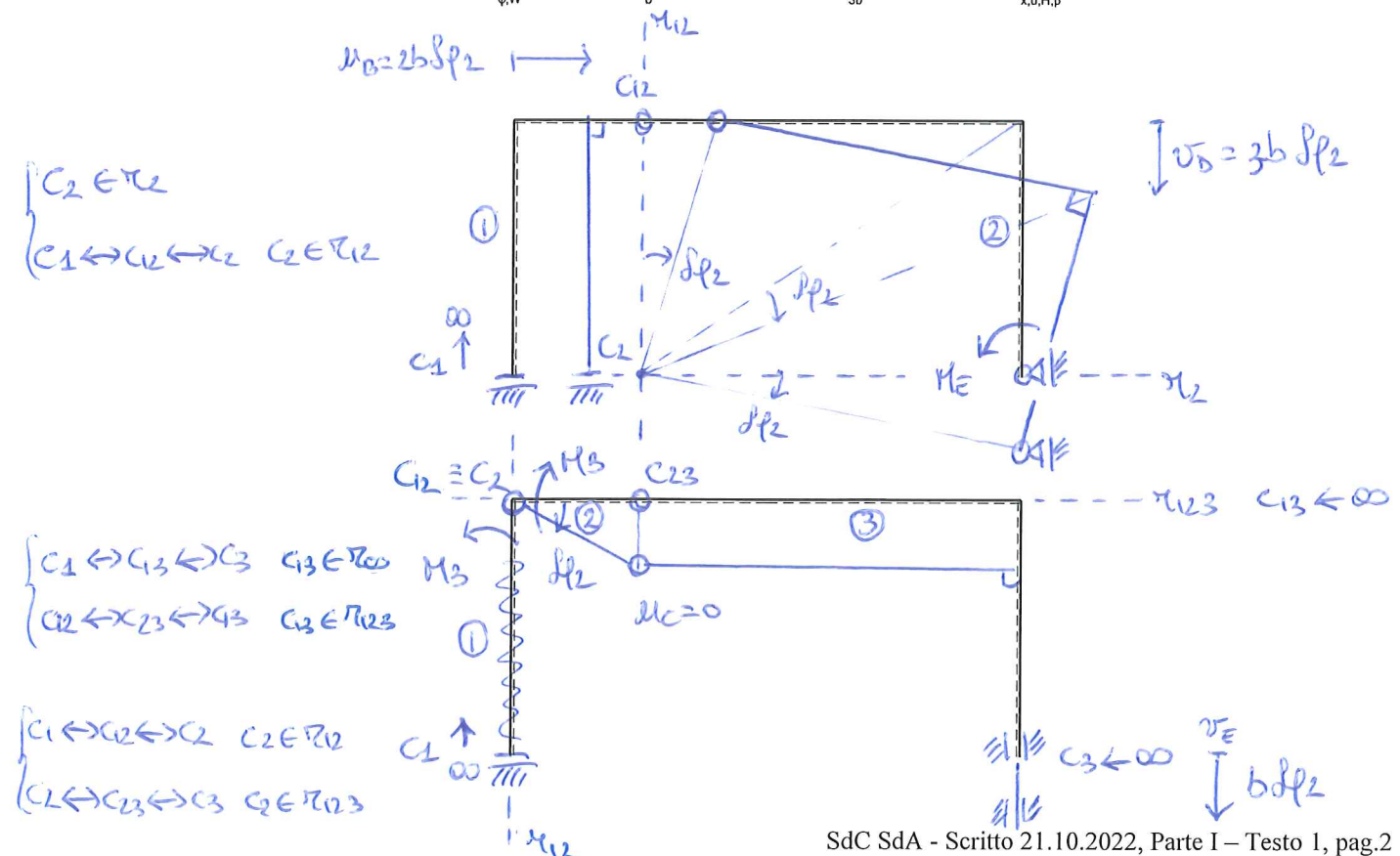
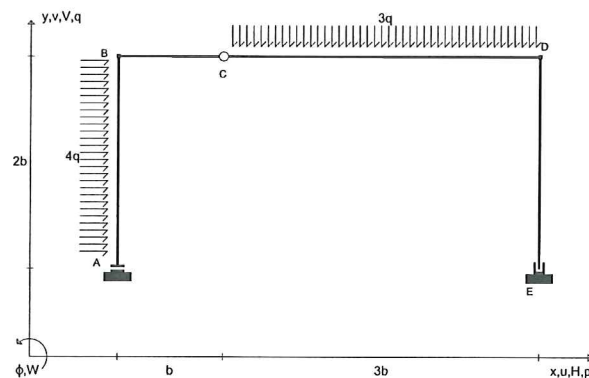
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto C , u_C , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto E , v_E .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università' di Cagliari

SdC_SdA 21.10.22*003



$$M_E(\hat{\sigma}) = \dots\dots\dots 58/2 p b^2 \dots\dots\dots; C_1 = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots); C_2 = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots); C_{12} = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots);$$

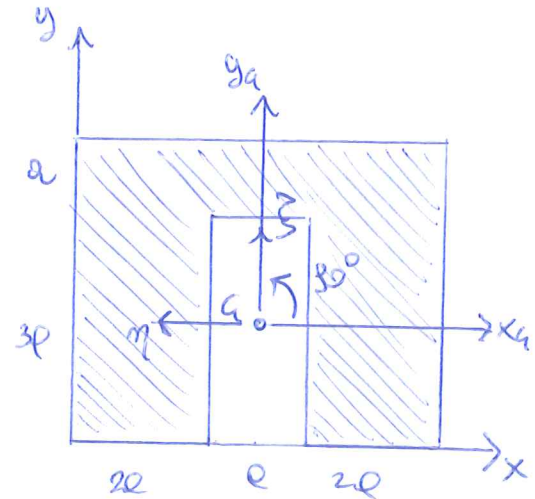
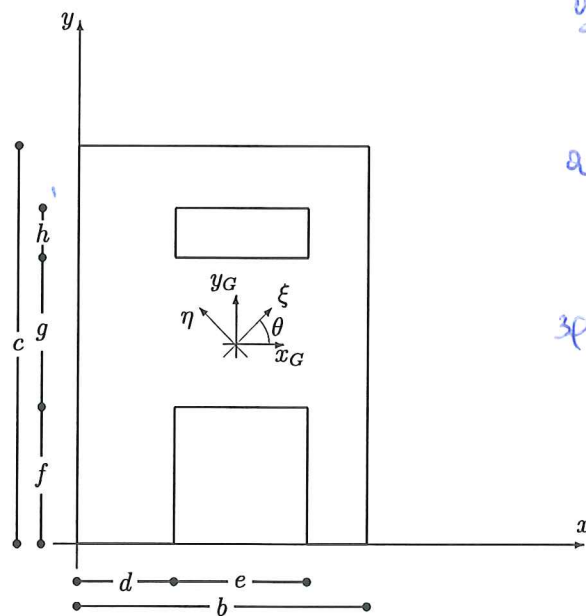
$$u_B = \dots\dots\dots 26 p b^2 \dots\dots\dots; v_D = \dots\dots\dots -36 p b^2 \dots\dots\dots;$$

$$M_B(\hat{\sigma} \square \hat{\sigma}) = \dots\dots\dots -9 p b^2 \dots\dots\dots; u_C = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots; v_E = \dots\dots\dots -6 p b^2 \dots\dots\dots;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 4a$; $d = 2a$; $e = a$; $f = 3a$; $g = a$; $h = 0$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



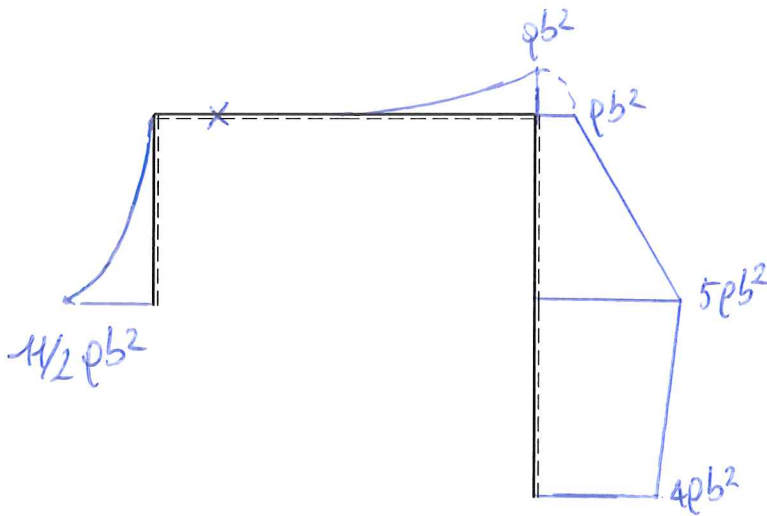
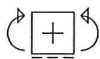
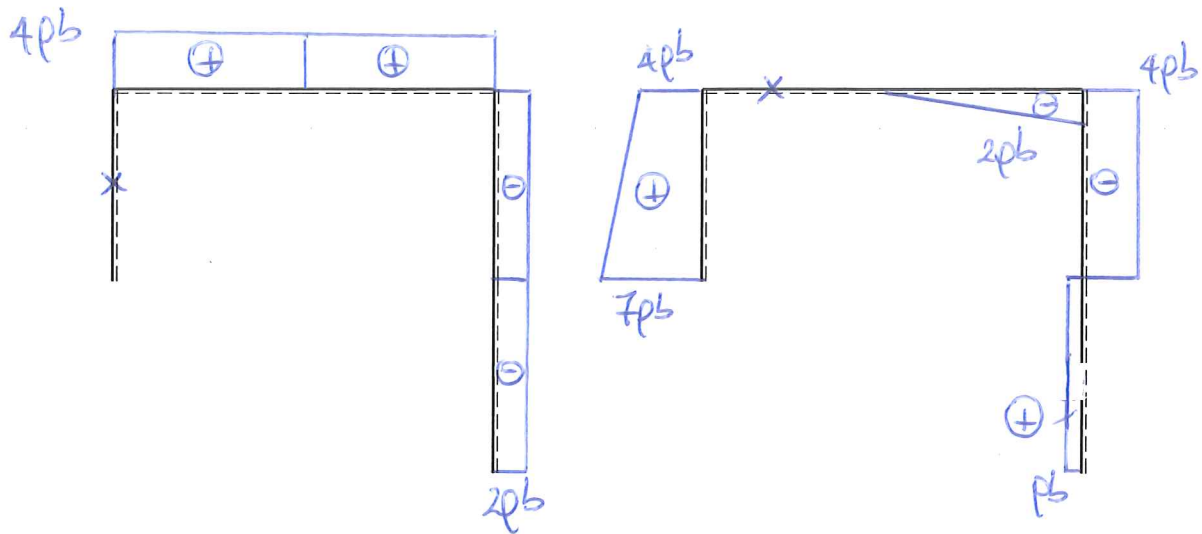
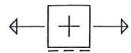
$$S_x = \dots\dots\dots 71/2 a^3 = 35,5 a^3 \dots\dots\dots; S_y = \dots\dots\dots 85/2 a^3 = 42,5 a^3 \dots\dots\dots;$$

$$x_G = \dots\dots\dots 5/2 a = 2,5 a \dots\dots\dots; y_G = \dots\dots\dots 71/34 a = 2,088 a \dots\dots\dots;$$

$$J_{xG} = \dots\dots\dots 4801/204 a^4 = 23,534 a^4 \dots\dots\dots; J_{yG} = \dots\dots\dots 487/12 a^4 = 41,416 a^4 \dots\dots\dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots; \tan 2\theta = \dots\dots\dots 0 \quad (\theta = 90^\circ) \dots\dots\dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots\dots\dots 799/12 a^4 \dots\dots\dots; J_\eta = J_{\min} = \dots\dots\dots 4801/204 a^4 \dots\dots\dots;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= -7pb; & V_A (\uparrow) &= 0; & M_A (\curvearrowright) &= 1/2 pb^2; & H_F (\Rightarrow) &= -pb; & V_F (\uparrow) &= 2pb; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= 7pb - 3qx_1; & M_{AB} &= -1/2 pb^2 + 7pbx_1 - 3/2 qx_1^2; \\
 N_{BC} &= 4pb; & T_{BC} &= 0; & M_{BC} &= 0; \\
 N_{CD} &= 4pb; & T_{CD} &= -2qx_2; & M_{CD} &= -qx_2^2; \\
 N_{ED} &= -2pb; & T_{ED} &= -4pb; & M_{ED} &= 5pb^2 - 4pbx_3; \\
 N_{FE} &= -2pb; & T_{FE} &= pb; & M_{FE} &= 4pb^2 + pbx_4
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 21.10.2022

Parte I - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

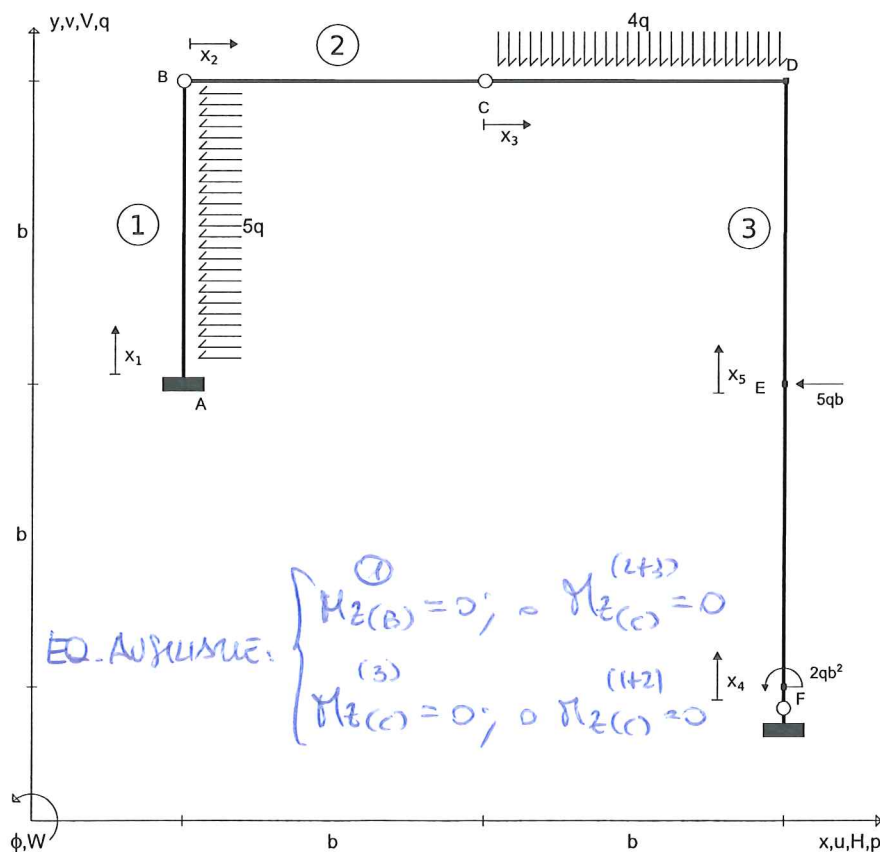
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 21.10.22*002



$$M_E(\hat{\varphi}) = -10p^2; C_1 = (\infty, \infty); C_2 = (36, 0); C_{12} = (36, 25);$$

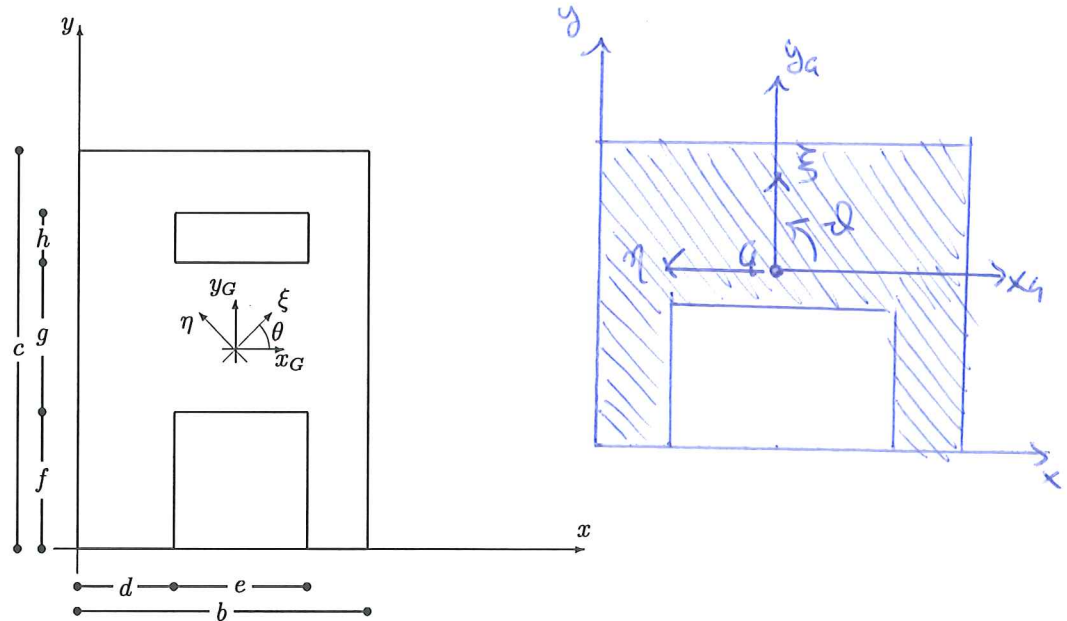
$$u_B = 25pl^2; v_D = -5pl^2;$$

$$M_B(\hat{\varphi}) = -12p^2; u_C = 0; v_E = -35pl^2;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 4a$; $d = a$; $e = 3a$; $f = 2a$; $g = 2a$; $h = 0$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



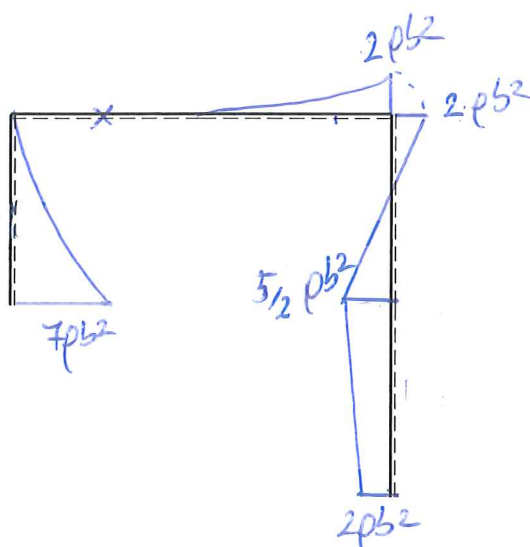
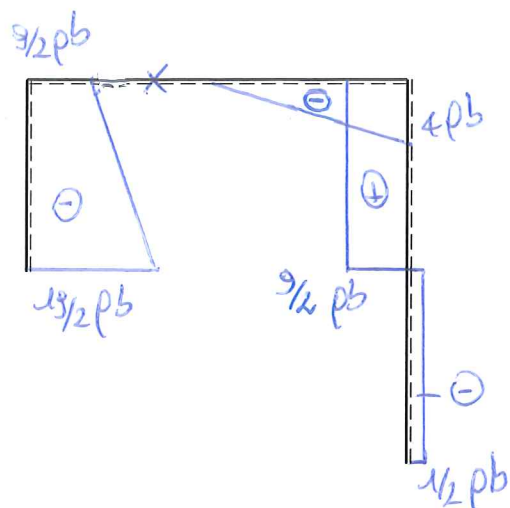
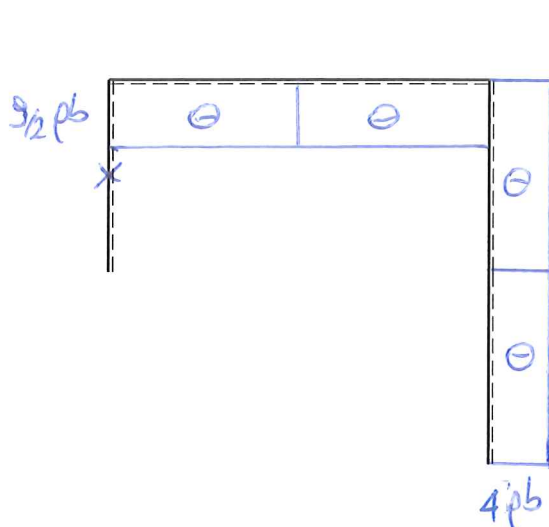
$$S_x = 34a^3; S_y = 35a^3;$$

$$x_G = 5/2a = 2.5a; y_G = 17/4a = 4.25a;$$

$$J_{xG} = 338/24a^4 = 14.083a^4; J_{yG} = 223/6a^4 = 37.166a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\alpha = 90^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = 223/6a^4; J_\eta = J_{\min} = 338/24a^4;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= \frac{13}{2} pb; & V_A (\uparrow) &= 0; & M_A (\curvearrowright) &= -7 pb^2; & H_F (\Rightarrow) &= \frac{1}{2} pb; & V_F (\uparrow) &= 4 pb; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= -\frac{13}{2} pb + 5 px_1; & M_{AB} &= 7 pb^2 - \frac{13}{2} pb x_1 + \frac{5}{2} p x_1^2; \\
 N_{BC} &= -\frac{9}{2} pb; & T_{BC} &= 0; & M_{BC} &= 0; \\
 N_{CD} &= -\frac{9}{2} pb; & T_{CD} &= -4 px_3; & M_{CD} &= -2 p x_3^2; \\
 N_{ED} &= -4 pb; & T_{ED} &= \frac{9}{2} pb; & M_{ED} &= -\frac{5}{2} pb^2 + \frac{9}{2} pb x_5; \\
 N_{FE} &= -4 pb; & T_{FE} &= -\frac{1}{2} pb; & M_{FE} &= -2 pb^2 - \frac{1}{2} pb x_4;
 \end{aligned}$$